

μ sec eine Temperatur $T_e = 22 \text{ eV} \pm 40\%$. Zu diesen Zeitpunkten sind infolge der viel größeren Schwan- kungen des Plasmalichts die Fehler der einzelnen Meßpunkte und damit auch der erhaltenen Plasma- parameter relativ groß.

Die erste Anwendung dieses Verfahrens an einem 26 kJoule Θ -Pinch wird in ³¹ beschrieben; es wird die gemessene radiale Dichte- und Temperaturverteilung mit Ergebnissen aus theoretischen Berechnun- gen und aus spektroskopischen Messungen verglichen. Die auftretenden großen Fehler sind dabei im wesent- lichen wieder auf die relativ zum Plasmalicht noch zu kleine Laserleistung zurückzuführen. Die Ver-wendung von stärkeren Lasern ist also sinnvoll.

³¹ H.-J. KUNZE, A. EBERHAGEN u. E. FÜNFER, Phys. Letters 13, 38 [1964].

Dann aber sind diese Streulichtmessungen ein Diagnostikverfahren, das eine genaue lokale Elek- tronendichte- und Temperaturmessung gestattet ohne das heiße Plasma zu beeinflussen.

An dieser Stelle möchte ich nicht versäumen, Herrn Prof. Dr. E. FÜNFER für die Übertragung der Aufgabe und für seine Anteilnahme an den Arbeiten zu danken. Herrn Dr. B. KRONAST danke ich für zahlreiche Rat- schläge und die Unterstützung bei den Arbeiten sowie Herrn Dr. W. H. KEGEL für die Berechnung der Spek- tren und für theoretische Hinweise.

Die vorstehende Arbeit wurde im Rahmen des Ver- trages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zu- sammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durch- geführt.

Mehrkomponentige, stationäre Nichtgleichgewichtsströmung in einem MPD-Energiewandler

B. MAYSER, K. EICHERT und H. J. SIEGERT

Institut für Hochtemperaturforschung der Technischen Hochschule Stuttgart
(Prof. Dr. HÖCKER, Prof. Dr. KLUGE)

(Z. Naturforsch. 20 a, 813—823 [1965]; eingegangen am 26. Februar 1965)

Zur Erfassung kinetischer Vorgänge in einem magnetoplasmodynamischen (MPD-)Energie- wandler wird ein Gleichungssystem zur Berechnung einer eindimensionalen Plasmaströmung mit vier Komponenten in einem senkrecht zur Strömung verlaufenden Magnetfeld angegeben. Dabei werden die im Plasma ablaufenden Ionisations- und Rekombinationsprozesse durch Reak- tionsgleichungen beschrieben, die kein Gleichgewicht voraussetzen. Das vorliegende Gleichungssystem ist auf eine einzige hin- und rücklaufende Reaktion beschränkt, lässt sich aber ohne Schwierig- keiten auf mehrere Reaktionen erweitern. Das System wird zur Berechnung von Strömungen in MPD-Konvertern benutzt. Das Strömungsverhalten für verschiedene Arbeitsgase und Impfsubstan- zen bei mehreren MACH-Zahlen wird diskutiert.

In der vorliegenden Arbeit wird eine stationäre, eindimensionale Plasmaströmung behandelt, bei der quer zur Strömung ein äußeres Magnetfeld angelegt ist. Setzt man ein vollionisiertes Plasma voraus, wie beispielsweise bei der Behandlung magnetoplasmodynamischer Stoße in der Arbeit von GEIGER, KAEPPELER und MAYSER ¹, so beschränkt man sich auf ge- nügend hohe Temperaturen und geringe Dichten. Um der Theorie einen größeren Anwendungsbereich zu sichern, werden in der vorliegenden Arbeit Ionisa- tion und Rekombination einbezogen.

Die stationäre Strömung eines Gases oder Plasmas mit einer Neutralgaskomponente unter Berücksichti-

gung von Reaktionen, jedoch ohne elektrische und magnetische Felder, wurde bereits von GEIGER ² be- handelt. Eine Behandlung der Strömung in einem äußeren Feld muß zusätzlich die vom Ionisations- grad abhängige Wechselwirkung zwischen Feld und Materie berücksichtigen. Dies geschieht hier im Rah- men einer Mehrkomponententheorie.

Als Komponenten des Plasmas werden Ionen, Elektronen, deren neutrale Atome und außerdem ein nicht mit diesen reagierendes Gas angenommen. Für die Reaktionen zwischen den Komponenten werden Gleichungen benutzt, die die Reaktionsraten der gegenläufigen Prozesse als Funktionen der Elek-

¹ W. GEIGER, H. J. KAEPPELER u. B. MAYSER, Nucl. Fusion, Suppl. 2, 403 [1962].

² W. GEIGER, Z. Naturforsch. 18 a, 1315 [1963].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

tronentemperatur und der Teildendichte liefern. Es wird also kein Gleichgewicht vorausgesetzt, wie dies bei Verwendung der SAHA-Gleichung der Fall wäre. In dieser Form ist damit eine Anwendung der Theorie auf Plasmen mit Ionisations- und Rekombinationsprozessen im Nichtgleichgewicht möglich. Insbesondere ist sie zur Berechnung von Strömungen in MPD-Energiewandlern und von magnetoplasmodynamischen Stoßübergängen geeignet. Durch Einführen entsprechender Reaktionsgleichungen lässt sie sich auch auf Anregungs- und Dissoziationsprozesse erweitern.

Im folgenden wird zunächst das Gleichungssystem abgeleitet. Anschließend folgt als Anwendung die Berechnung von MPD-Konverterströmungen. Die Behandlung von Stoßübergängen soll einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben.

1. Darstellung und Diskussion der Grundgleichungen für die eindimensionale Strömung

Die Grundlage der Rechnungen bildet die gaskinetische Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Plasmakomponenten im Quermagnetfeld mit Hilfe der BOLTZMANNschen Stoßgleichung und deren Lösung durch die von KAEPELER³ und KOLODNER⁴ erweiterte 13-Momentenapproximation von GRAD⁵. Es wird damit näherungsweise lokales thermisches Gleichgewicht für die einzelnen Komponenten angenommen.

Da das dynamische Verhalten der einzelnen Plasmakomponenten durch die Gleichungen gesondert beschrieben wird, wird ein thermisches und chemisches Gleichgewicht zwischen den einzelnen Komponenten nicht vorausgesetzt. Damit eignet sich diese Methode besonders gut für die Behandlung von Nichtgleichgewichtsvorgängen. Die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Plasmakomponenten wird durch die Stoßintegrale in den jeweiligen BOLTZMANNschen Stoßgleichungen berücksichtigt. Es werden dabei im Rahmen der BOLTZMANNschen Theorie nur Zweierstöße betrachtet. Bei nicht zu dichten Plasmen erscheint diese Annahme als keine wesentliche Einschränkung.

³ H. J. KAEPELER, Mitt. Forsch.-Inst. für Physik der Strahlantriebe, Nr. 15, Stuttgart, März 1958.

⁴ I. I. KOLODNER, AEC Report NYO-7980, September 1957.

⁵ H. GRAD, Commun. Pure Appl. Math. **2**, 331 [1949].

⁶ M. SCHINDLER, Diplomarbeit, Institut für Hochtemperaturforschung der Techn. Hochschule Stuttgart, 1963.

Als Stoßintegrale werden die Transportkoeffizienten von SCHINDLER⁶ benutzt, die er in Weiterführung der Arbeiten von SCHRÄDE et al.⁷, auf den Untersuchungen von KAEPELER⁸ und KOLODNER⁴ aufbauend, berechnet hat. Die intermolekulare Wechselwirkung zwischen neutralen Teilchen sowie zwischen geladenen und neutralen Teilchen wurde bei der Herleitung dieser Stoßintegrale als starr elastisch angenommen. Für die Stöße zwischen geladenen Teilchen wurde ein abgeschnittenes COULOMB-Potential zugrunde gelegt.

In den folgenden Untersuchungen werden Viskosität, Wärmeleitung und Thermodiffusion vernachlässigt.

Der Rechnung wird eine Geometrie zugrunde gelegt, bei der die x -Achse eines cartesischen Koordinatensystems in Strömungsrichtung, die y -Achse in Richtung des durch die Strömung im Magnetfeld erzeugten elektrischen Feldes und die z -Achse in Richtung des Magnetfeldes zeigt (Abb. 1).

Die Komponenten des Plasmas — neutrales Arbeitsgas und neutrale Impfsubstanz, die in Ionen und Elektronen zerfallen kann — werden durch die Indizes a, n, i und e gekennzeichnet.

Es wird die stationäre Plasmaströmung im Quermagnetfeld B allein in ihrer x -Abhängigkeit untersucht. Die Abhängigkeit der Strömung von y und z und damit auch Viskositäts- und Grenzschichteflüssen sollen später in weiterführenden Arbeiten untersucht werden.

Unter den genannten Voraussetzungen ergibt sich ein Gleichungssystem, mit dem das dynamische Verhalten des mehrkomponentigen Plasmas vollkommen bestimmt werden kann. Es wurde von den Verfassern bereits angegeben⁹.

Im Hinblick auf die hier beschriebenen Anwendungen dieses Gleichungssystems sollen im folgenden noch einige Vereinfachungen vorgenommen werden.

Zunächst soll von einer Ladungstrennung in x -Richtung abgesehen werden. Jede Ladungstrennung, die zu großen elektrischen Feldern führen würde, wird sofort von den in x -Richtung strömenden, dem Feld folgenden geladenen Teilchen ausgereglicht werden. Es wird deshalb Quasineutralität

⁷ H. SCHRÄDE, W. BEZ, K. H. HöCKER u. H. J. KAEPELER, Z. Naturforschg. **15a**, 155 [1960].

⁸ H. J. KAEPELER u. G. BAUMANN, Mitt. Forsch.-Inst. für Physik der Strahlantriebe, Nr. 8, Stuttgart, November 1956.

⁹ B. MAYSER, K. EICHERT u. H. J. SIEGERT, Institut für Hochtemperaturforschung, Bericht Nr. 3—6, Stuttgart 1964.

angenommen und in allen Gleichungen die Elektronendichte gleich der Ionendichte, $n_e = n_i$, und die x -Geschwindigkeit der Ionen gleich der der Elektronen, $v_e = v_i$, gesetzt. Die Bewegungsgleichungen in x -Richtung für die Ionen und Elektronen fallen damit zu einer Gleichung zusammen.

Es zeigt sich weiter, daß es für die numerische Integration zweckmäßig ist, die x -Geschwindigkeiten der beiden neutralen Komponenten, v_n und v_a , gleichzusetzen. Eine Abschätzung der Stoßintegrale für den Impulsaustausch zeigt, daß die Wechselwirkung zwischen den neutralen Komponenten mindestens 10^4 -mal größer ist als zwischen den übrigen Komponenten. Dies bedeutet, daß zwischen der a -Komponente und der n -Komponente eine sehr starke Kopplung besteht und schon bei sehr kleinen Differenzen ($v_a - v_n$) die Reibungskraft zwischen den Komponenten sehr groß wird. Bei einer separaten Integration der Bewegungsgleichungen für v_a und v_n müßte deshalb eine sehr kleine Schrittweite gewählt werden. Da sich bei einer solchen Integration ohnehin kein wesentlicher Unterschied zwischen den Geschwindigkeiten einstellen würde, erscheint es sinnvoller, $v_a = v_n$ vorauszusetzen. Die Bewegungsgleichungen werden in diesem Fall addiert und zu einer einzigen Gleichung zusammengefaßt.

Bei der Strömung des Plasmas im Quermagnetfeld erfolgt der Energieaustausch im wesentlichen über die geladenen Teilchen, hauptsächlich über die Elektronenkomponente. Es werden deshalb für die Elektronen, Ionen und Neutralteilchen verschiedene Temperaturen T_e , T_i und T_n angenommen. Die Temperaturen für die beiden neutralen Komponenten werden kaum voneinander abweichen und sollen deshalb zur Vereinfachung der numerischen Berechnung als gleich angenommen werden. Die Energiegleichungen für die Neutralteilchen lassen sich dann zu einer einzigen Gleichung für deren Temperatur T_n zusammenfassen.

Bei der Verwendung des Gleichungssystems für die Berechnung einer Konverterströmung können die in den Impulsgleichungen für die y -Komponenten

der Geschwindigkeit auftretenden Trägheitsglieder vernachlässigt werden. Die für die Integration der übrigen Gleichungen zweckmäßige Schrittweite ist wesentlich größer als diejenige, welche bei der Integration der Differentialgleichungen für diese Geschwindigkeitskomponenten notwendig wäre. Physikalisch gesehen heißt dies, daß sich die Quergeschwindigkeiten w_j ($j = a, n, i, e$) praktisch relaxationsfrei einstellen. Das Differentialgleichungssystem für die w_j reduziert sich dann zu einem rein algebraischen Gleichungssystem für die drei linear unabhängigen Geschwindigkeitsdifferenzen

$$w_{ie} = (w_i - w_e), \quad w_{ai} = (w_a - w_i) \\ \text{und } w_{na} = (w_n - w_a).$$

Mit diesen zusätzlichen Vereinfachungen steht für die Konverterrechnungen folgendes Gleichungssystem zur Verfügung:

Kontinuitätsgleichungen

$$\frac{d}{dx} (n_a v_n) = 0, \quad \frac{d}{dx} (n_n v_n) = -K_e, \quad \frac{d}{dx} (n_e v_e) = K_e. \quad (1 \text{ a, b, c})$$

Dabei bezeichnet n die entsprechenden Teilchendichten, v die Strömungsgeschwindigkeiten in x -Richtung und K_e die Anzahl der Elektronen bzw. Ionen, die pro Zeit- und Raumeinheit im Plasma erzeugt werden.

Reaktionsgleichung

$$K_e = n_e (n_n I_s - n_e^2 R_s - n_e R_p). \quad (2)$$

Für die Reaktionsgeschwindigkeiten I_s , R_s und R_p der Stoßionisation, Dreierstoßrekombination und Photorekombination werden hier, ebenso wie bei GEIGER², die von ELWERT¹⁰ gemachten Ansätze benutzt.

Im allgemeinen hat K_e einen von Null verschiedenen Wert. Nur im Falle des Gleichgewichts folgt $K_e = 0$. Bei Vernachlässigung der Photorekombination ergibt sich aus der Bedingung $K_e = 0$ automatisch die SAHA-Gleichung für die Gleichgewichtsionisation.

Bewegungsgleichungen

a) Differentialgleichungen für die Geschwindigkeiten in x -Richtung

$$(n_a m_a + n_n m_n) v_n \frac{dv_n}{dx} + \frac{dp_a}{dx} + \frac{dp_n}{dx} = (K_{ai} + K_{ae} + K_{ni} + K_{ne}) (v_e - v_n), \quad (3 \text{ a})$$

$$m_n n_e v_e \frac{dv_e}{dx} + \frac{dp_i}{dx} + \frac{dp_e}{dx} + n_e e (w_e - w_i) \frac{B}{c} = (K_{ia} + K_{in} + K_{ea} + K_{en}) (v_n - v_e) \quad (3 \text{ b})$$

¹⁰ G. ELWERT, Z. Naturforschg. 7 a, 432 [1952].

mit

$$K_{rj} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} n_r n_j Q_{rj} \sqrt{\mu_{rj} k T_{rj}}, \quad (4)$$

den reduzierten Massen

$$\mu_{rj} = m_r m_j / (m_r + m_j) \quad (5)$$

und den entsprechenden mittleren Temperaturen $T_{rj} = \mu_{rj} (T_r/m_r + T_j/m_j)$.

b) Algebraisches Gleichungssystem für die Geschwindigkeiten in y -Richtung

$$K_{ae} w_{ie} - K_{an} w_{na} + (K_{ai} + K_{ae}) w_{ai} = 0, \quad (7a)$$

$$K_{en} w_{ie} + (K_{an} + K_{in} + K_{en}) w_{na} + (K_{in} + K_{en}) w_{ai} = 0, \quad (7b)$$

$$- K_{ei} w_{ie} + K_{in} w_{na} + (K_{ai} + K_{in}) w_{ai} = - n_e e \left(E - \frac{v_e B}{c} \right). \quad (7c)$$

Die Absolutwerte für die y -Komponenten der Geschwindigkeiten ergeben sich aus der Forderung, daß sich der Schwerpunkt der Strömung in y -Richtung nicht verschiebt:

$$w_e = - \frac{1}{\varrho} [n_e m_i w_{ie} + n_a m_a (w_{ie} + w_{ai}) + n_n m_n (w_{ie} + w_{ai} + w_{na})], \quad (8)$$

wobei die Dichte ϱ gegeben ist durch $\varrho = n_a m_a + (n_n + n_e) m_n$.

m_j und p_j ($j = a, n, i, e$) bezeichnen hier die Massen und Partialdrücke der einzelnen Plasmakomponenten, E und B das elektrische und magnetische Feld in y - bzw. z -Richtung. Die Koeffizienten K_{rj} ergeben sich aus den Stoßintegralen der BOLTZMANN-Gleichung und drücken die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Plasmakomponenten aus. Für die Q_{rj} sind in dem Ausdruck K_{rj} für die Wechselwirkung Neutralteilchen – Neutralteilchen sowie Neutralteilchen – geladenes Teilchen die elastischen Stoßquerschnitte und für die Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen der GVSDOVER-Querschnitt zu nehmen.

In den Bewegungsgleichungen ist der mittlere Impulsgewinn, den eine Komponente durch die bei einer Reaktion neu entstehenden Teilchen erfährt, dem Impuls gleichgesetzt, den sie aufbringen muß, um diese Teilchen auf ihre Geschwindigkeit zu bringen. Dies entspricht der Annahme, daß die Reaktionsprodukte bei ihrer Entstehung jeweils die mittlere Geschwindigkeit der Komponente mitbringen.

Energiegleichungen

$$\frac{3}{2} k (n_a + n_n) v_n \frac{dT_n}{dx} + (p_a + p_n) \frac{dv_n}{dx} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} &= 3 k (T_i - T_n) \left[\frac{K_{ai}}{m_a + m_i} \left(1 + \frac{\mu_{ai}}{6 k T_{ai}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_a - w_i)^2 \} \right) + \frac{K_{ni}}{m_n + m_i} \left(1 + \frac{\mu_{ni}}{6 k T_{ni}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_n - w_i)^2 \} \right) \right] \\ &+ 3 k (T_e - T_n) \left[\frac{K_{ae}}{m_a + m_e} \left(1 + \frac{\mu_{ae}}{6 k T_{ae}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_a - w_e)^2 \} \right) + \frac{K_{ne}}{m_n + m_e} \left(1 + \frac{\mu_{ne}}{6 k T_{ne}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_n - w_e)^2 \} \right) \right] \\ &+ K_{an} (w_a - w_n)^2 + K_{ai} \frac{\mu_{ai} T_n}{m_a T_{ai}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_a - w_i)^2 \} + K_{ni} \frac{\mu_{ni} T_n}{m_n T_{ni}} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_n - w_i)^2 \} \\ &\quad + K_{ae} \frac{\mu_{ae} T_n}{m_a T_e} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_a - w_e)^2 \} + K_{ne} \frac{\mu_{ne} T_n}{m_n T_e} \{ (v_n - v_e)^2 + (w_n - w_e)^2 \}, \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{array} \right\} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2} k n_e v_e \frac{dT_i}{dx} + p_i \frac{dv_e}{dx} \\ &= 3 k (T_n - T_i) \left[\frac{K_{ia}}{m_i + m_a} \left(1 + \frac{\mu_{ia}}{6 k T_{ia}} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_i - w_a)^2 \} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{K_{in}}{m_i + m_n} \left(1 + \frac{\mu_{in}}{6 k T_{in}} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_i - w_n)^2 \} \right) \right] \\ &+ 3 k (T_e - T_i) \left[\frac{K_{ie}}{m_i + m_e} \left(1 - \frac{\mu_{ie}}{6 k T_{ie}} \{ w_i - w_e \}^2 \right) \right] \\ &+ K_{ia} \frac{\mu_{ia} T_i}{m_i T_{ia}} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_i - w_a)^2 \} + K_{in} \frac{\mu_{in} T_i}{m_i T_{in}} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_i - w_n)^2 \} + K_{ie} \frac{\mu_{ie} T_i}{m_i T_{ie}} \{ w_i - w_e \}^2, \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{array} \right\} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{3}{2} k n_e v_e \frac{dT_e}{dx} + p_e \frac{dv_e}{dx} + (n_e n_n I_s - n_e^3 R_s) \chi_{n_0} \\
& = 3 k (T_n - T_e) \left[\frac{K_{ea}}{m_e + m_a} \left(1 + \frac{\mu_{ea}}{6 k T_e} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_e - w_a)^2 \} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{K_{en}}{m_e + m_n} \left(1 + \frac{\mu_{en}}{6 k T_e} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_e - w_n)^2 \} \right) \right] \quad (I) \\
& + 3 k (T_i - T_e) \left[\frac{K_{ei}}{m_e + m_i} \left(1 - \frac{\mu_{ei}}{6 k T_e} \{ w_e - w_i \}^2 \right) \right] \\
& + K_{ea} \frac{\mu_{ea}}{m_e} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_e - w_a)^2 \} + K_{en} \frac{\mu_{en}}{m_e} \{ (v_e - v_n)^2 + (w_e - w_n)^2 \} + K_{ei} \frac{\mu_{ei}}{m_e} \{ w_e - w_i \}^2 \quad (II)
\end{aligned}$$

Der Energiebeitrag der Ionisation bzw. Rekombination wird nur in der Energiegleichung für die Elektronen berücksichtigt. Es wird damit angenommen, daß die Ionisationsenergie im wesentlichen der Energie der Elektronen entnommen wird und die Rekombinationsenergie bei der Stoßrekombination wieder den Elektronen übertragen wird.

Da das Plasma für Kontinuumsstrahlung optisch dünn ist, kann die Photoionisation vernachlässigt werden. Die bei der Photorekombination auftretende Rekombinationsstrahlung wird nicht absorbiert und geht so dem System verloren.

Die Terme (I) in den Energiegleichungen drücken jeweils den Wärmeübergang von der Plasmakomponente höherer Temperatur zur kälteren Komponente aus, die Terme (II) die Thermalisierung von Bewegungsenergie, wenn sich die Plasmakomponenten verschiedener Geschwindigkeiten gegenseitig durchdringen.

Thermische Zustandsgleichungen

$$p_a = n_a k T_n, \quad p_n = n_n k T_n, \quad (11 \text{ a, b})$$

$$p_i = n_e k T_i, \quad p_e = n_e k T_e. \quad (11 \text{ c, d})$$

Elektromagnetische Gleichungen

Zu den hier aufgeführten Gleichungen treten noch die MAXWELLSchen Gleichungen und die Strom-

gleichung. Bei der vorgegebenen speziellen Geometrie reduzieren sich die MAXWELLSchen Gleichungen zu $E = \text{const}$ und $dB/dx = -(4\pi/c) j$. $(12, 13)$

Die Stromgleichung wird in der Form

$$j = n_e e (w_i - w_e) \quad (14)$$

verwandt, wobei sich die y -Komponenten der Geschwindigkeiten aus den Bewegungsgleichungen in y -Richtung bestimmen lassen. Werden die Trägheitsglieder in den Impulsgleichungen für die y -Richtung vernachlässigt, wie es bei der Anwendung auf die MPD-Konverterströmung geschieht, so entspricht das Stromgesetz dem gewöhnlichen OHMSchen Gesetz. Dabei treten die Wechselwirkungsglieder hier an die Stelle der elektrischen Leitfähigkeit.

2. Anwendungsbereich der Theorie

Eine Umformung der Impulsgleichungen mit Hilfe der Zustands- und Kontinuitätsgleichungen liefert für die Geschwindigkeitsgradienten von v_e und v_n bei Verwendung der MACH-Zahlen

$$M_{ei} = \frac{v_e}{a_{ei}} = \sqrt{\frac{m_n}{\gamma k (T_i + T_e)}} v_e \quad (15)$$

$$\text{und} \quad M_{an} = \frac{v_n}{a_{an}} = \sqrt{\frac{n_a m_a + n_n m_n}{\gamma k (n_a + n_n) T_n}} v_n \quad (16)$$

folgende Ausdrücke

$$\frac{dv_e}{dx} = \frac{(K_{ia} + K_{in} + K_{ea} + K_{en}) (v_n - v_e) + j B/c - (k/v_e) (T_i + T_e) \cdot d(n_e v_e)/dx + n_e k (dT_e/dx + dT_i/dx)}{n_e v_e m_n (1 - 1/M_{ei}^2)}, \quad (17)$$

$$\frac{dv_n}{dx} = \frac{(K_{ai} + K_{ae} + K_{ni} + K_{ne}) (v_e - v_n) - (k/v_n) T_n \cdot d(n_n v_n)/dx + (n_a + n_n) k \cdot dT_n/dx}{(n_a m_a + n_n m_n) v_n (1 - 1/M_{an}^2)}. \quad (18)$$

Dabei bedeuten

$$a_{ei} = \sqrt{\gamma k (T_i + T_e) / m_n} \quad (19)$$

die Schallgeschwindigkeit aller geladenen Teilchen (Ionen und Elektronen) und

$$a_{an} = \sqrt{\gamma k (n_a + n_n) T_n / (n_a m_a + n_n m_n)} \quad (20)$$

die Schallgeschwindigkeit aller neutralen Teilchen (Arbeitsgas und Impfsubstanz).

Es wird hier und im folgenden der auch von GEIGER² benutzte Begriff der Schallgeschwindigkeit bei eingefrorenen Reaktionen formal auf die jeweiligen Gemische der geladenen bzw. ungeladenen Teilchen angewandt.

Wie man sieht, haben die Gradienten der Geschwindigkeiten v_e und v_n Polstellen bei $M_{ei} = 1$ und $M_{an} = 1$, an denen der Nenner jeweils sein Vorzeichen wechselt. Bei einer Integration der Differentialgleichungen muß man deshalb in einem Geschwindigkeitsbereich bleiben, der außerhalb dieser Nullstellen der Nenner liegt. Aus den Gleichungen folgt für das Strömungsverhalten der geladenen Teilchen unter- und oberhalb von $M_{ei} = 1$ ein unterschiedliches Bild. Da im Zähler der Gl. (17) das Glied $j B/c$ bestimmt ist, gilt für die Strömung der Ionen und Elektronen:

$$\begin{aligned} M_{ei} < 1, \quad dv_e/dx > 0, & \text{ (Beschleunigung),} \\ M_{ei} > 1, \quad dv_e/dx < 0, & \text{ (Abbremsung).} \end{aligned}$$

Für eine Konverterströmung, bei der die geladenen Teilchen abgebremst werden sollen, ist damit im Rahmen der vorliegenden Theorie nur der Bereich $M_{ei} > 1$ von Interesse.

Zwischen der MACH-Zahl M_{ei} der geladenen Teilchen und der MACH-Zahl M der Gesamtströmung besteht die Beziehung

$$\frac{M^2}{M_{ei}^2} = \frac{a_{ei}^2}{a^2} = \frac{2(m_a + \varepsilon m_n)}{m_n(1 + \varepsilon + \alpha \varepsilon)}. \quad (21)$$

Die Schallgeschwindigkeit für das Gasgemisch wurde hier unter der Voraussetzung gleicher Temperatur der einzelnen Komponenten nach der Gleichung

$$a^2 = \alpha k T (1 + \varepsilon + \alpha \varepsilon) / (m_a + \varepsilon m_n) \quad (22)$$

berechnet, wobei der Ionisationsgrad

$$\alpha = n_e / (n_n + n_e) \quad (23)$$

nur auf die reagierenden Teilchen bezogen wird, und

$$\varepsilon = (n_n + n_e) / n_a \quad (24)$$

den Prozentsatz des Impfstoffes angibt.

Der MACH-Zahl $M_{ei} = 1$ ist somit die MACH-Zahl

$$M^{(1)} = \sqrt{2(m_a/m_n + \varepsilon) / (1 + \varepsilon + \alpha \varepsilon)} \quad (25)$$

zugeordnet. Sie hängt im wesentlichen von dem Massenverhältnis m_a/m_n und von ε ab. Durch $M^{(1)}$ ist die Stelle des Poles in der Gleichung für dv_e/dx gekennzeichnet. Für Konverterströmungen folgt aus der Forderung $M_{ei} > 1$ auch $M > M^{(1)}$.

Bei Verwendung von He oder A als nicht reagierendem Arbeitsgas und K oder Cs als reagierendem Impfstoff errechnen sich bei einem Impfstoffzusatz von 1 Prozent aus Gl. (25) die folgenden Werte von $M^{(1)}$:

| | K | Cs |
|----|------|-------|
| He | 0,47 | 0,28 |
| A | 1,43 | 0,785 |

Eine entsprechende Betrachtung für die Neutralteilchen liefert als MACH-Zahl $M^{(2)}$, die dem Pol $M_{an} = 1$ zugeordnet ist,

$$M^{(2)} = \frac{(1 + \varepsilon - \alpha \varepsilon) (m_a + \varepsilon m_n)}{(1 + \varepsilon + \alpha \varepsilon) (m_a + \varepsilon m_n - \alpha \varepsilon m_n)}. \quad (26)$$

Bei schwachem Ionisationsgrad wird $M^{(2)} = 1$, wie es einer rein gasdynamischen Strömung entspricht.

3. Berechnete Beispiele für MPD-Konverterströmungen

Mit dem oben beschriebenen Gleichungssystem wurde das Verhalten magnetoplasmodynamischer Energiewandler untersucht. Es handelt sich um Wandler, die Teil eines geschlossenen Kreislaufs, beispielsweise in Verbindung mit einem Reaktor, sein könnten. Das Arbeitsgas, meist ein Edelgas, nimmt im Reaktor Wärme auf und strömt dann aus einer Düse aus. Um seine elektrische Leitfähigkeit zu erhöhen, setzt man als Impfsubstanz leicht ionisierbare Alkalimetalle zu. Die Mischung aus Arbeitsgas, neutralen Teilchen der Impfsubstanz, deren Ionen und Elektronen strömt bei Temperaturen von einigen tausend Grad durch den Konverterkanal. Dahinter wird die Impfsubstanz wieder vom Arbeitsgas abgetrennt. Dieses läuft dann erneut durch den Reaktor.

Es werden $j \times \mathcal{B}$ -Wandler betrachtet, deren Geometrie den Voraussetzungen der vorn angegebenen Gleichungen entspricht (Abb. 1). Das angelegte Quermagnetfeld lenkt die geladenen Teilchen senkrecht zu v und B ab. Dadurch entsteht ein Strom in der negativen y -Richtung. Die Kraft, die das Magnetfeld auf die den Strom tragenden Teilchen ausübt ($j \times \mathcal{B}/c$), wirkt in der negativen x -Richtung, bremst also die Strömung ab. So erfolgt eine direkte Umwandlung der Energie des strömenden Plasmas in elektrische Energie. Diese kann außen an einem Lastwiderstand abgenommen werden, durch den der Gesamtstrom I fließt, der sich durch Integration der Stromdichte über die Konverterlänge x_0 ergibt:

$$I = z_0 \int_0^{x_0} j \, dx, \quad (27)$$

(z_0 Breite des Konverterkanals).

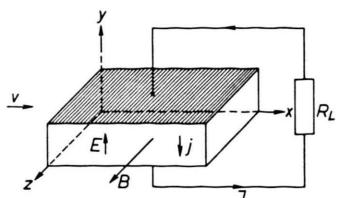


Abb. 1. Schematische Darstellung eines MPD-Konverters.
v Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas, B Quermagnetfeld,
E induziertes elektrisches Feld, j Stromdichte, I äußerer
Strom, R_L Lastwiderstand.

Bei einer Rechnung mit zeitunabhängigen Gleichungen muß ein bestimmtes elektrisches Feld vorgegeben werden. Dies bleibt dann auf Grund der MAXWELL-Gleichungen über die ganze Konverterlänge konstant. Durch das vorgegebene Feld ist der Gesamtstrom eindeutig bestimmt. Der zugehörige Lastwiderstand ergibt sich aus dem OHMSCHEN Gesetz.

Die in den Energie- und Impulsgleichungen auftretenden Kopplungsglieder enthalten die Größen K_{rj} , die ihrerseits von den Stoßquerschnitten Q_{rj} zwischen den Komponenten abhängen und damit die Werte der Leitfähigkeit bestimmen. Für die Berechnung der Konverterströmungen wurden folgende Stoßquerschnitte benutzt:

$$\begin{aligned} Q_{\text{He-Cs}} &= 162 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{11}, \\ Q_{\text{He-Cs}^+} &= 9 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{12}, \\ Q_{\text{He-e}} &= 5,9 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{12}, \\ Q_{\text{Cs-Cs}^+} &= 200 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{13}, \\ Q_{\text{Cs-e}} &= 358 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{12}, \\ Q_{\text{He-K}} &= 165 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{11}, \\ Q_{\text{He-K}^+} &= 25 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{14}, \\ Q_{\text{K-K}^+} &= 350 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{15}, \\ Q_{\text{K-e}} &= 250 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{16}, \\ Q_{\text{A-Cs}} &= 572 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{11}, \\ Q_{\text{A-Cs}^+} &= 78 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{11}, \\ Q_{\text{A-e}} &= 0,7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 &^{16}. \end{aligned}$$

Da für den Querschnitt $Q_{\text{A-Cs}^+}$ keine Meßwerte vorlagen, wurde er über das Verhältnis der Beweglichkeiten aus dem Stoßquerschnitt für He – Cs⁺ berechnet. Der Querschnitt $Q_{\text{He-e}}$ wurde ebenfalls aus der Beweglichkeit bestimmt.

Bei einem gewöhnlichen Differentialgleichungs-

system ist der Verlauf der Lösungen durch die Vorgabe der Anfangswerte eindeutig bestimmt. Aus diesem Grunde kann im Rahmen dieser eindimensionalen Theorie eine von außen bewirkte Änderung des Feldes – etwa beim Einlaufen des Plasmas in den Konverter – nicht behandelt werden. Auf diesen Sachverhalt wurde bereits in einer anderen Arbeit ausführlicher eingegangen¹⁷.

Als Anfangsbedingung wird deshalb angenommen, daß die Strömung bei $x = 0$ aus dem feldfreien Raum in das Magnetfeld eintritt und der Ionisationsgrad dem thermodynamischen Gleichgewicht entspricht.

Der Verlauf der einzelnen Variablen längs des Konverters hängt davon ab, ob sich diese, insbesondere der Ionisationsgrad, ständig auf ihre Gleichgewichtswerte einstellen können oder ob die Reaktionsgeschwindigkeiten einen außerhalb des Gleichgewichts liegenden Zustand erzwingen. Im folgenden soll zunächst der prinzipielle Verlauf der einzelnen Strömungsgrößen am Beispiel eines He-Konverters mit 1% Cs-Beimischung, der MACH-Zahl $M = 0,9$, dem Anfangsdruck $p = 1,2$ atm und der Anfangstemperatur $T = 2000^\circ\text{K}$ betrachtet werden.

Infolge der Rückwirkung des Magnetfeldes auf den induzierten Strom werden in erster Linie die geladenen Teilchen abgebremst. Die Abbremsung wird dann durch Stöße auf das Arbeitsgas übertragen. v_e

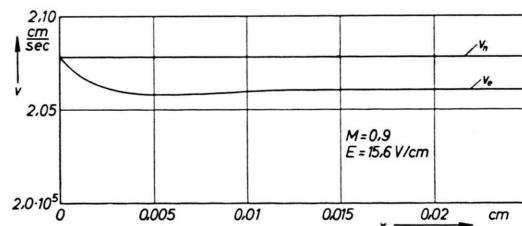


Abb. 2. Strömungsgeschwindigkeit der Neutralteilchen und geladenen Teilchen im He-Cs-Konverter für $B = 15\,000$ G und $p = 1,2$ atm.

liegt also immer unter v_n (Abb. 2). Die Elektronentemperatur T_e steigt an, weil der größte Teil der Verlustleistung von den Elektronen aufgenommen wird (Abb. 3). Die Elektronen geben ihre Energie

¹⁴ C. RAMSAUER u. O. BEECK, Ann. Phys., Lpz. **87**, 1 [1928].

¹⁵ I. P. IOVITZU u. N. J. IONESCU PALLAS, Proc. Phys. Soc., Lond. **75**, 807 [1960].

¹⁶ J. L. KERREBROCK u. M. A. HOFFMAN, Amer. Inst. Aeron. Astronaut. J. **2**, 1080 [1964].

¹⁷ E. TRÄNKLE u. B. MAYSER, Institut für Hochtemperaturforschung, Bericht Nr. 3–1, Stuttgart 1963.

¹¹ H. S. W. MASSEY u. E. H. S. BURHOP, Electronic and Ionic Impact Phenomena, Clarendon Press, Oxford 1956, S. 397 u. 407.

¹² M. KNOLL, F. OLLENDORFF u. R. ROMPE, Gasentladungstabellen, Verlag Springer, Berlin 1935, S. 43 u. 45.

¹³ W. B. NOTTINGHAM, Cesium Plasma Diode as a Heat-to-Electrical Power Transducer in Direct Conversion of Heat to Electricity, ed. by J. KAYE and J. A. WELSH, J. Wiley & Sons, New York 1960.

durch Stöße an die anderen Komponenten ab. Die Temperatur T_i der Ionen wächst wegen der größeren Masse zu Beginn nur schwach und fällt dann ein wenig unter ihren ursprünglichen Wert. Die Gas-temperatur T_n bleibt zunächst praktisch konstant und fällt später ebenfalls um einige Grad. v_e nimmt nach anfänglichem Absinken später wieder etwas zu, während v_n schwach ansteigt. Der Gesamtdruck ist am Ende niedriger als zu Beginn und die Gesamtgeschwindigkeit am Ende des Konverters höher als am Anfang. Es ist allerdings zu bemerken, daß die angegebenen Änderungen meistens so minimal sind, daß sie sich nur in der 4. Stelle auswirken.

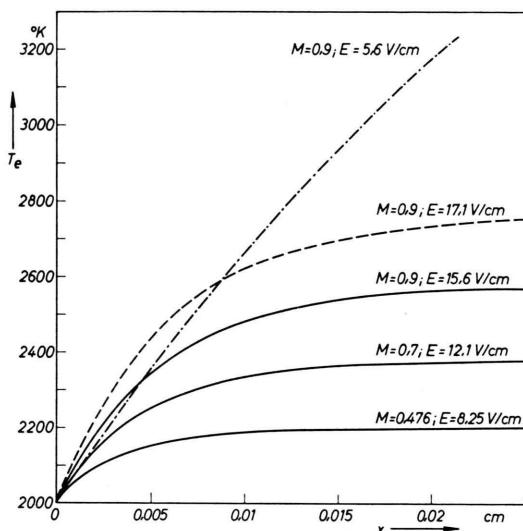


Abb. 3. Elektronentemperatur im He-Cs-Konverter (—), He-K-Konverter (---) und A-Cs-Konverter (-·-·-) für $B=15\,000$ G und $p=1,2$ atm.

Die Rechnung zeigt also, daß die nach außen abgegebene elektrische Energie letztlich aus der thermischen Energie entnommen wird und nicht aus der Strömungsenergie. Dieses zunächst überraschende Verhalten zeigt Ähnlichkeit mit der rein gasdynamischen, schwach beheizten Rohrströmung¹⁸. Dort gibt es einen MACH-Zahlbereich, $1/\sqrt{\gamma} < M < 1$, in dem eine Wärmezufuhr von außen eine Erniedrigung der Temperatur und des Drucks sowie eine Beschleunigung bewirkt. Für $\gamma = 5/3$ ergäbe sich bei rein gasdynamischer Strömung der Effekt im Bereich $0,775 < M < 1$. Die MACH-Zahl des Arbeitsgases ($M = 0,9$) liegt somit gerade in diesem Bereich. Man

kann den Effekt nun dadurch erklären, daß für das neutrale Arbeitsgas die Wärmeübertragung von seitens der Elektronen wie eine äußere Wärmezufuhr wirkt, auf die es in derselben Weise reagiert, nämlich durch Beschleunigung und Druckabsenkung. Während jedoch bei einer beheizten Kanalströmung die äußere Wärmezufuhr willkürlich ist, erfolgt im vorliegenden Fall die Aufheizung durch im Plasma selbst ablaufende Vorgänge, an die sie gekoppelt und von denen sie abhängig ist. Eine direkte Übertragung der Untersuchungen von GUNDERSEN¹⁹, der eine eindimensionale, beheizte MPD-Strömung behandelt, stößt hier auf Schwierigkeiten, da GUNDERSEN unendliche Leitfähigkeit voraussetzt.

Es fragt sich nun, wie groß der Einfluß der Reaktionen ist. Vergleicht man die hier berechneten Ionisationsgrade mit denen, die sich für die entsprechenden Elektronentemperaturen aus der SAHA-Gleichung ergeben, so stellt man fest, daß der Gleichgewichtsionisierungsgrad rund das 10-fache beträgt. Auch wenn man berücksichtigt, daß die Elektronentemperatur bei einer exakten Gleichgewichtsrechnung etwas tiefer liegen dürfte, weil die Ionisationsenergie größtenteils der Elektronenkomponente entzogen wird, ist im Gleichgewicht ein wesentlich höherer Ionisationsgrad zu erwarten als im Nichtgleichgewicht. Der Grund für den geringen Ionisationsgrad bei der Nichtgleichgewichtsrechnung ist in der großen Relaxationszeit der Reaktionen zu suchen. Eine Abschätzung führt auf Relaxationslängen von über 100 cm. Die Reaktionen verlaufen im Nichtgleichgewicht also so langsam, daß der Ionisationsgrad den Änderungen der Temperatur nicht folgen kann. Der geringe Anstieg und Abfall des Ionisationsgrades verläuft

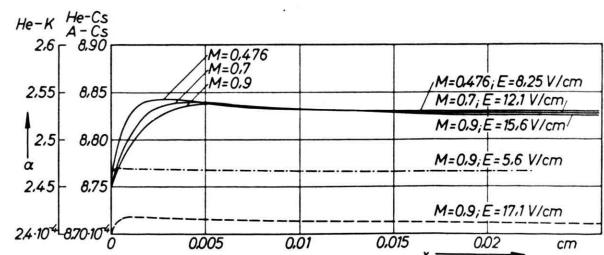


Abb. 4. Ionisationsgrad im He-Cs-Konverter (—), He-K-Konverter (---) und A-Cs-Konverter (-·-·-); Ordinate links für He-K, rechts für He-Cs und A-Cs; $B=15\,000$ G, $p=1,2$ atm.

¹⁸ K. OSWATITSCH, Gasdynamik, Verlag Springer, Wien 1952, S. 60.

¹⁹ R. M. GUNDERSEN, Linearized Analysis of One-Dimensional Magnetohydrodynamic Flows, Verlag Springer, Berlin 1964.

parallel zum Abfall und Anstieg der Elektronengeschwindigkeit und wird somit durch Strömungseffekte, nicht durch Reaktionen bewirkt (Abb. 4).²⁰

Um eine maximale Leistung des Konverters zu erhalten, wurde jeweils ein optimales elektrisches Feld gewählt. In den beiden Grenzfällen Kurzschluß ($E = 0$) und Leerlauf ($E = v B/c$) wird keine Leistung abgegeben. Zwischen diesen Werten liegt ein Leistungsmaximum, und zwar bei $E = v B/2c$, während oberhalb von $E = v B/c$ Strom und Feld gleichgerichtet sind und die Anordnung in eine Beschleunigungsanlage übergeht.

Von Interesse ist nun der Einfluß der MACH-Zahl auf das Strömungsverhalten der Plasmakomponenten. Zum Vergleich wurde die He-Cs-Konverterströmung auch für die MACH-Zahlen 0,476 und 0,7 berechnet. Da bei optimalem elektrischem Feld die EMK der Geschwindigkeit proportional ist und nach der Gl. (7 c) die Stromdichte j nahezu linear mit $(E - v B/c)$ geht, ergibt sich bei kleinerer MACH-Zahl eine kleinere Stromdichte und eine entsprechend kleinere Bremskraft. Dies hat eine kleinere Verlustleistung zur Folge, so daß sich bei kleineren MACH-Zahlen auch eine niedrigere Temperatur T_e einstellt (Abb. 3).

Wie man aus Abb. 2 sieht, stellt sich sehr bald eine konstante Differenz $(v_n - v_e)$ ein. Deren Ursache liegt in der Einstellung eines Kräftegleichgewichts zwischen der Bremskraft ($j B/c$) auf die geladenen Teilchen und der beschleunigenden Reibungskraft, die die neutralen Teilchen auf jene ausüben. Die Differenz hängt somit von der Größe der Bremskraft ab und ist bei kleinerer MACH-Zahl geringer. Die Strecke, auf der sich diese konstante Geschwindigkeitsdifferenz einstellt, hängt von deren Größe und von der bremsenden Kraft ab. Sie ist um so kürzer, je kleiner die MACH-Zahl ist. Weil die Reaktionen auf so kleinen Strecken keinen Einfluß haben, ist nach der Kontinuitätsgleichung ein Absinken der Geschwindigkeit v_e zwangsläufig mit einem Ansteigen der Elektronendichte n_e verbunden. Dadurch erklärt sich das stärkere Ansteigen des Ionisationsgrades bei kleinerer MACH-Zahl (Abb. 4).

Um den Einfluß des Impfmaterials abschätzen zu können, wurde auch eine Konverterströmung berechnet, die mit einem Gemisch aus He und einem Pro-

zent K an Stelle von Cs arbeitet. Es wurden dabei dieselben Anfangsgrößen p , T , B , M und als elektrisches Feld die optimale Feldstärke vorgegeben. Unterschiede zur He-Cs-Strömung sind hauptsächlich infolge der höheren Ionisierungsspannung und der kleineren Masse des Kaliums sowie wegen der unterschiedlichen Stoßquerschnitte zu erwarten.

Wegen der kleineren Kaliummasse m_n ergibt sich aus Gl. (22) für das He-K-Gemisch eine größere Schallgeschwindigkeit a und damit bei gleicher Anfangs-MACH-Zahl eine größere Anfangsgeschwindigkeit ($v = 2,3 \cdot 10^5$ cm/sec) für die Strömung. Der Anfangsionisationsgrad α liegt infolge der höheren Ionisierungsspannung für Kalium wesentlich niedriger. Demzufolge ist auch der Strom erheblich kleiner (Abb. 5). Dieser geringen Stromdichte ist es auch im wesentlichen zuzuschreiben, daß die Geschwindigkeitsdifferenz $(v_n - v_e)$, auf die sich die Strömung einstellt, kleiner als beim He-Cs-Konverter ist.

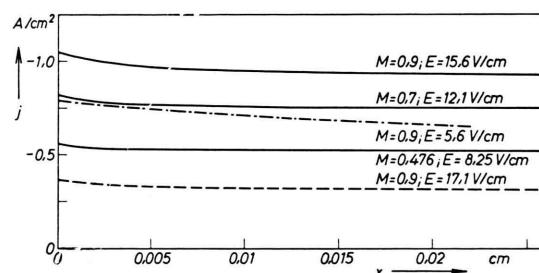


Abb. 5. Stromdichte im He-Cs-Konverter (—), He-K-Konverter (---) und A-Cs-Konverter (-·-·-) für $B = 15\ 000$ G und $p = 1,2$ atm.

Trotz des größeren inneren Widerstandes beim He-K-Konverter bleibt seine Verlustleistung unter der des He-Cs-Konverters, da diese quadratisch von der Stromdichte j abhängt. Sie wird aber von wesentlich weniger Elektronen aufgenommen, so daß sich diese dennoch stärker aufheizen. Hierdurch erklärt sich die durchweg höhere Elektronentemperatur beim He-K-Konverter (Abb. 3).

Es soll nun der Einfluß des Trägergases betrachtet werden. Dazu wurde in der Rechnung Argon an Stelle von Helium als Arbeitsgas verwandt. Unterschiede zur He-Cs-Strömung treten hier vor allem auf infolge der wesentlich größeren Masse des Trägergases.

²⁰ Der Ionisationsgrad α ist bei eingefrorenen Reaktionen nur konstant, solange sich die Dichten der Einzelkomponenten in demselben Verhältnis ändern. Ändert sich die Geschwindigkeit der geladenen Komponenten in anderem

Maße wie diejenige der Neutralteilchen, dann ändern sich deren Dichten nicht mehr in demselben Verhältnis, wodurch der Ionisationsgrad trotz eingefrorener Reaktionen variabel wird.

Außerdem wirkt sich auch die Verschiedenheit der Stoßquerschnitte Q_{an} , Q_{ai} und Q_{ae} auf das Strömungsverhalten aus. Für den Vergleich wurden wieder dieselben Anfangswerte wie bei der He-Cs-Strömung benutzt.

Gl. (22) liefert für die Schallgeschwindigkeit in diesem Fall einen Wert, der rund ein Drittel von der Schallgeschwindigkeit des He-Cs-Gemisches beträgt. Damit ist auch die Anfangsgeschwindigkeit in diesem Beispiel entsprechend kleiner ($v = 7,5 \cdot 10^4$ cm/sec).

Die Elektronengeschwindigkeit v_e stellt sich sehr schnell auf ihren nur wenig unter der Geschwindigkeit der Neutralteilchen liegenden Endwert ein. Diese rasche Einstellung erklärt sich durch die wesentlich stärkere Wechselwirkung zwischen Arbeitsgas und Ionen. Der Stoßquerschnitt Q_{ai} und die reduzierte Masse μ_{ai} für A-Cs sind nämlich beträchtlich größer als für He-Cs. Aus demselben Grund stellt sich auch eine weit kleinere Differenz der Geschwindigkeiten ($v_n - v_e$) ein, da diese sich umgekehrt proportional zu den Größen K_{rj} verhält.

Der Verlauf des Ionisationsgrades α wird auch hier durch die Geschwindigkeit der Elektronenkomponente bestimmt. Sein Anfangswert ist, entsprechend der SAHA-Gleichung, unabhängig vom Arbeitsgas, also gleich groß wie beim He-Cs-Konverter (Abb. 4).

Auffallend ist das besonders starke Ansteigen der Elektronentemperatur (Abb. 3). Die Höhe der Elektronentemperatur wird einerseits durch die Energiezufuhr aus der Verlustleistung, andererseits durch die Energieabgabe an die übrigen Komponenten bestimmt. Im vorliegenden Fall ist die Verlustleistung zwar um einiges kleiner als beim He-Cs-Konverter, es steht dem jedoch eine wesentlich langsamere Energieübertragung an die anderen Komponenten gegenüber, da der Stoßquerschnitt Q_{ea} sehr klein und das Massenverhältnis m_e/m_a ungünstiger ist als beim Helium.

Es zeigt sich, daß zwischen dem neutralen Caesium und dem Argon eine sehr starke Kopplung besteht. Aus numerischen Gründen empfiehlt es sich deshalb, für w_n und w_a den gleichen Wert zu wählen. Da beide Geschwindigkeiten mehrere Größenordnungen unter w_i und w_e liegen, wurde in der Rechnung $w_n = w_a = 0$ angenommen.

Die numerische Integration des Differentialgleichungssystems erfordert im Falle von A-Cs extrem niedrige Schrittweiten. Sie wurde deshalb bei $x = 0,02$ cm abgebrochen, obwohl sich die Elektronen

dort noch nicht auf ihre Endtemperatur eingestellt haben.

4. Schlußbemerkungen

Zusammenfassend sind als wesentliche Ergebnisse der Rechnung folgende Punkte hervorzuheben.

Durch das Auftreten der Nullstellen in den Differentialgleichungen für die Strömungsgeschwindigkeiten werden die Anwendungsmöglichkeiten des Gleichungssystems auf bestimmte Geschwindigkeitsbereiche eingeschränkt. Diese Nullstellen verschwinden zwar, wenn in den Differentialgleichungen Dissipationsglieder, wie Viskosität und Wärmeleitung, berücksichtigt werden, die Mitnahme dieser Effekte zieht jedoch erhebliche Schwierigkeiten bei der numerischen Integration nach sich.

Auffallend ist die schnelle Einstellung der Strömungsgrößen auf einen nahezu konstanten Endzustand. Dies liegt im wesentlichen an der Annahme, daß das Plasma bei $x = 0$ aus dem feldfreien Raum direkt in das Magnetfeld des Konverters eintritt. Diese Voraussetzung läßt sich jedoch – wie schon erwähnt – im Rahmen einer eindimensionalen Theorie nicht umgehen. Bei einer langsamen Feldänderung, wie sie im Experiment tatsächlich auftritt, dürfte diese Einstellung auf einer größeren Strecke erfolgen. Man kann jedoch damit rechnen, daß die Unterschiede erhalten bleiben, die sich für verschiedene Arbeitsgase und Impfstoffe sowie für verschiedene MACH-Zahlen ergeben haben. Vor allem ändert das nichts an der Tatsache, daß die Reaktionen infolge ihrer großen Relaxationszeit auf vernünftigen Konverterstrecken nicht zur Wirkung kommen.

Der Ionisationsgrad der Konverterströmung, wie er sich aus der hier durchgeföhrten Nichtgleichgewichtsrechnung ergibt, liegt weit unter dem der jeweiligen Elektronentemperatur entsprechenden Gleichgewichtsionisationsgrad. Der Grund dafür liegt darin, daß die Reaktionen im Verhältnis zur Strömungsgeschwindigkeit sehr langsam verlaufen und somit auf einer Konverterlänge von einigen Zentimetern nicht zur Wirkung kommen. Änderungen des Ionisierungsgrades entstehen allein durch Abbremsung oder Beschleunigung der geladenen Teilchen. Bei Plasmaströmungen der hier betrachteten Art erscheint es deshalb nicht sinnvoll, einen Gleichgewichtsionisationsgrad vorauszusetzen.

Allerdings muß hier festgestellt werden, daß nur eine Ionisierung aus dem Grundzustand betrachtet

und eine mögliche Anregung nicht einbezogen wurde. Dazu müßte das Gleichungssystem erweitert werden. Um abzuschätzen, wie stark der Einfluß der Ionisation aus angeregten Niveaus auf die Änderung des Ionisierungsgrades ist, wurde der Fall He-Cs mit $M = 0,9$ unter der zweifellos nicht voll gerechtfertigten Annahme berechnet, daß alle Cs-Atome sich im ersten angeregten Zustand bei 1,42 eV befinden. Es ergibt sich aus dieser Rechnung, daß bereits nach einer Strecke von rund 10 cm der Ionisationsgrad dem Gleichgewichtswert bei der betreffenden Elektronentemperatur entspricht.

Für eine Abschätzung, innerhalb welcher Strecke

²¹ D. J. BEN DANIEL u. ST. TAMOR, Phys. Fluids **5**, 500 [1962].
— D. J. BEN DANIEL u. C. M. BISHOP, Phys. Fluids **6**, 300 [1963]. — D. J. BEN DANIEL, Phys. Fluids **6**, 1034 [1963].

im Konverterkanal mit einer merklichen Anregung zu rechnen ist, sei angenommen, daß das Gas für Resonanzstrahlung optisch dicht ist. Unter Vernachlässigung von Stößen 2. Art liegt dann je nach der Größe des Anregungsquerschnitts die Strecke, die für eine merkliche Anregung benötigt wird, in der Größenordnung von einem Zentimeter oder darunter. Dies bedeutet, daß für das Einstellen des SAHA-Gleichgewichts bei Elektronentemperatur eine Relaxationsstrecke zwischen 10 und 100 cm zu erwarten wäre.

BEN DANIEL und Mitarbeiter ²¹, die sich mit dem Einfluß der Anregung auf die Ionisation in He-Cs-Gemischen beschäftigt haben, schlagen ein relativ einfaches Modell vor, das für eine Erweiterung unseres Gleichungssystems geeignet erscheint.

Die kinetische Energie ionisierter Molekülfragmente

V. Über einen ladungstrennenden Prozeß im CO₂-Massenspektrum

R. FUCHS und R. TAUBERT

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig

(Z. Naturforsch. **20 a**, 823—826 [1965]; eingegangen am 3. April 1965)

Several authors have observed the dissociation of a doubly charged CO₂⁺⁺ ion into CO⁺ and O⁺. There exist, however, discrepancies with respect to the transition energy (total translational energy). Therefore, the initial energy of O⁺ and CO⁺ ions formed by electron impact in CO₂ has been re-investigated by the deflection method. Assuming dissociation into two fragments only, the transition energy can be calculated. In the initial energy distribution function of both ions a well pronounced satellite peak corresponding to the same transition energy of 5.5 eV is observed. This is interpreted as being due to the dissociation of a doubly charged CO₂⁺⁺ ion into two singly charged ions. The analogous dissociation of a metastable CO₂⁺⁺ ion is responsible for broad peaks at mass numbers 11.6 and 35.6 in the CO₂ mass spectrum. From the peak width a transition energy between 5 and 6 eV is calculated, indicating that the same excited state of CO₂⁺⁺ may be involved in both decomposition reactions.

Vor wenigen Jahren fand HALL¹ unter Ausnutzung der Energiedispersion des magnetischen Sektorfeldes im CO₂-Massenspektrum eine O⁺-Satellitengruppe² mit einer mittleren Anfangsenergie^{2, 3} von 3,51 eV. Als Entstehungsprozeß vermutete HALL einen ladungstrennenden Zerfall der Form



Die insgesamt bei diesem Prozeß freigesetzte kinetische Energie (= Übergangsenergie ⁱⁱE) müßte demnach $3,5 \cdot 44/28 = 5,5$ eV betragen. Eine zu O⁺

korrelierte CO⁺-Satellitengruppe wurde von HALL allerdings nicht beobachtet. 1964 fanden NEWTON und SCIAMANNA⁴ im CO₂-Massenspektrum zwei sehr breite „Linien“ mit Schwerpunkten bei den effektiven Massenzahlen 11,6 und 35,6 [s. Gl. (3)]. Diese „Linien“ sind dem spontanen Zerfall (1) eines metastabilen CO₂⁺⁺-Ions in O⁺ und CO⁺ unmittelbar hinter dem Austrittsspalt der Ionenquellen zuzuschreiben. Aus den Linienbreiten errechneten NEWTON und SCIAMANNA für diesen Prozeß eine Übergangsenergie von 2,72 eV. Schließlich beobach-

¹ R. M. S. HALL, Nature, Lond. **187**, 683 [1960].

² Erläuterungen zu diesen Begriffen z. B. R. FUCHS u. R. TAUBERT, Z. Naturforsch. **19 a**, 1181 [1964] sowie ³.

³ R. TAUBERT, Z. Naturforsch. **19 a**, 484 [1964].

⁴ A. S. NEWTON u. A. F. SCIAMANNA, J. Chem. Phys. **40**, 718 [1964].